Des dispositifs de formation sur la démarche de recherche en mathématiques : focale sur la nature et le rôle de la mathématisation dans une activité de modélisation

Ecole thématique DEMIMES
7 avril 2022 - Autrans

Sonia Yvain-Prébiski, LDAR, CY Cergy Paris Université, France
sonia.yvain@cyu.fr

Marie-Line Gardes, Haute Ecole Pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne, Suisse, marie-line.gardes@hepl.ch

Objectifs de notre atelier-dispositif

- Découvrir des situations de recherche de problèmes et de modélisation
- Présenter des dispositifs permettant aux étudiants de pratiquer une démarche de recherche de problèmes et de modélisation
- Apporter un éclairage théorique sur la modélisation mathématique

- Vous donnez envie de faire vivre ce genre de dispositif avec vos étudiants !

Contenus de notre atelier-dispositif

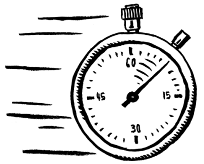
- A vous de chercher !
- Apport sur la mathématisation dans une activité de modélisation
- Apports épistémologiques sur les activités de recherche de problèmes et sur la modélisation mathématique
- Présentation de deux dispositifs

- Des échanges et discussions à tout moment

Dessin : Claude Tisseron
Couleurs : Michel Mizony

A vous de chercher !

A vous de chercher !



40 min

Problème 1

Quels sont les nombres entiers naturels qui sont somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs ?

Problème 2

Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous. Il se propose de peindre chaque zone d’une couleur différente.

De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

Comparer **vos démarches de recherche mobilisées** pour résoudre ces deux problèmes. Quelles différences et similitudes ?

A vous de chercher !

Problème 1

Quels sont les nombres enti
naturels qui sont somme d'au
deux entiers naturels consécutif

Problème 2

in veut réaliser
rt rond, en
urtour et en
clous. Il se
e zone d'une

De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

Qu'en pensez-vous ?

Comparer **vos démarches de recherche mobilisées** pour résoudre ces deux problèmes.
Quelles différences et similitudes ?

Des différences et des similitudes

Quels sont les nombres entiers naturels qui sont somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs ?

Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous. Il se propose de peindre chaque zone d'une couleur différente.
De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

Mettre les étudiants en position de chercheur

Travailler le processus de recherche mathématique

Travailler le processus de modélisation mathématique

Activité de modélisation mathématique

L'énoncé de « l'artiste » relève d'une *contextualisation réaliste* d'un problème mathématique. (Aldon & al, 2014, p.148-149).

Problème extra-mathématique → **Problème accessible par un traitement mathématique**

Mathématisation horizontale

Treffers (1978), Freudenthal (1991)- RME

- la mathématisation *horizontale* qui « *part du monde de la vie au monde des symboles* »
- la mathématisation *verticale* « *qui se déplace à l'intérieur de ce monde des symboles* »

MH ↔ MV

Activité de modélisation mathématique

Dans le cadre de la Realistic Mathematics Education et en appui sur les travaux d'Israël (1996), nous posons les définitions suivantes (Yvain-Prébiski, 2018) :

La *mathématisation horizontale* relève du choix d'un fragment de réalité, de l'identification et du choix de certains aspects de ce fragment de réalité susceptibles de relever d'un traitement mathématique, puis de leur mise en relation en vue de construire un modèle mathématique.

« *un fragment de mathématique appliqué à un fragment de réalité* » (Israël 1996)

Modélisation mathématique : une démarche de construction d'un modèle en langage mathématique permettant de mettre en relation les éléments choisis dans un fragment de réalité en lien avec la question à étudier.

Activité de modélisation mathématique

Exemple de choix relevant de la MH

a) le support est un disque, ou un autre objet rond (sphère, tore etc.)
b) on choisit ou pas de négliger la taille des objets (les clous sont assimilés à des points, les fils tendus sont des segments de droite, ou pas).
c) chaque clou est relié à tous les autres, ou pas
d) les clous sont placés de manière régulière sur le bord du disque ou non
e) il existe ou il n'existe pas de points communs à plus de deux cordes etc.

Des différences et des similitudes

Quels sont les nombres entiers naturels qui sont somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs ?

Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous. Il se propose de peindre chaque zone d’une couleur différente.
De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

Mettre les étudiants en position de chercheur

Travailler le processus de recherche mathématique

Focale sur la mathématisation **verticale**

Travailler le processus de modélisation mathématique

Focale sur la mathématisation **horizontale**

Quelques apports épistémologiques

Etude EPCC

Etude épistémologique des pratiques contemporaines de chercheurs

Objectif : mieux caractériser une activité mathématique par le biais des pratiques contemporaines associées

Méthode : articulation de

- une **étude épistémologique classique** de l'activité mathématique
- une **étude épistémologique des pratiques contemporaines** liées à cette activité

(Gardes, Modeste, Ouvrier-Buffet & Yvain-Prébiski, article en cours)

Etudes EPCC

Identifier des **éléments invariants** potentiels dans l'activité de recherche mathématique / de modélisation mathématique

Recherche mathématique

Etude de témoignages de mathématiciens sur le processus de découverte *(Poincare 1908, Hadamard 1945, Fehr 1908, Nimier 1989, Connes 1994, Schwartz 1994, Weil 1994, Villani 2012)*

Suivi du travail de mathématiciens *in statu nascendi* sur la conjecture d'Erdös-Straus.

Modélisation mathématique

Etude de la littérature sur la modélisation dans les sciences de la vie

Entretiens individuels de chercheurs dans ce domaine

Des invariants dans l'activité de recherche mathématique – *dimension globale*

- Un processus en quatre étapes où s'alternent des phases de travail «conscient» et des phases de travail «inconscient» ;
- Le rôle central de l'intuition dans la création mathématique ;
- Le rôle d'une certaine sensibilité dans le choix d'un problème et dans la manière de le traiter ;
- Le rôle de la communauté mathématique, des collaborations entre pairs ;
- Le processus dialectique de l'activité de recherche mathématique entre la mobilisation, l'acquisition de connaissances et le développement d'heuristiques ;
- Le caractère expérimental des heuristiques développées dans la résolution de problème de recherche.

(Gardes, 2013)

Des invariants dans l’activité de recherche mathématique – *dimension locale*

- **Geste naturel** : manipulation de signes (des chiffres, des symboles algébriques ou des figures géométriques, etc.)
- **Geste combinatoire** : geste naturel qui s’effectue dans un milieu propre au travail mathématique - un geste sur des signes soumis à des règles d’emploi
- **Geste opératoire** : un procédé ou une opération sur des objets mathématiques
- **Geste de la recherche** : une mise en relation d'objets mathématiques dans une intentionnalité. C'est une opération qui s'accomplit en s'incarnant dans une combinaison de signes, soumise aux règles d'emploi de ces signes. Il possède un pouvoir de créer dans sa possibilité d'ouvrir le champ des possibles dans le travail mathématique, en saisissant l'intuition au moyen d'un geste dans l'expérience.

(Gardes, 2013)

Des invariants dans l'activité de recherche mathématique – *dimension locale*

- Réduire le problème
- Désigner les objets mathématiques en jeu
- Transformer le problème initial
- Introduire un paramètre
- Construire et questionner des exemples
- Effectuer des contrôles locaux
- Implémenter un algorithme

(Gardes, 2013)

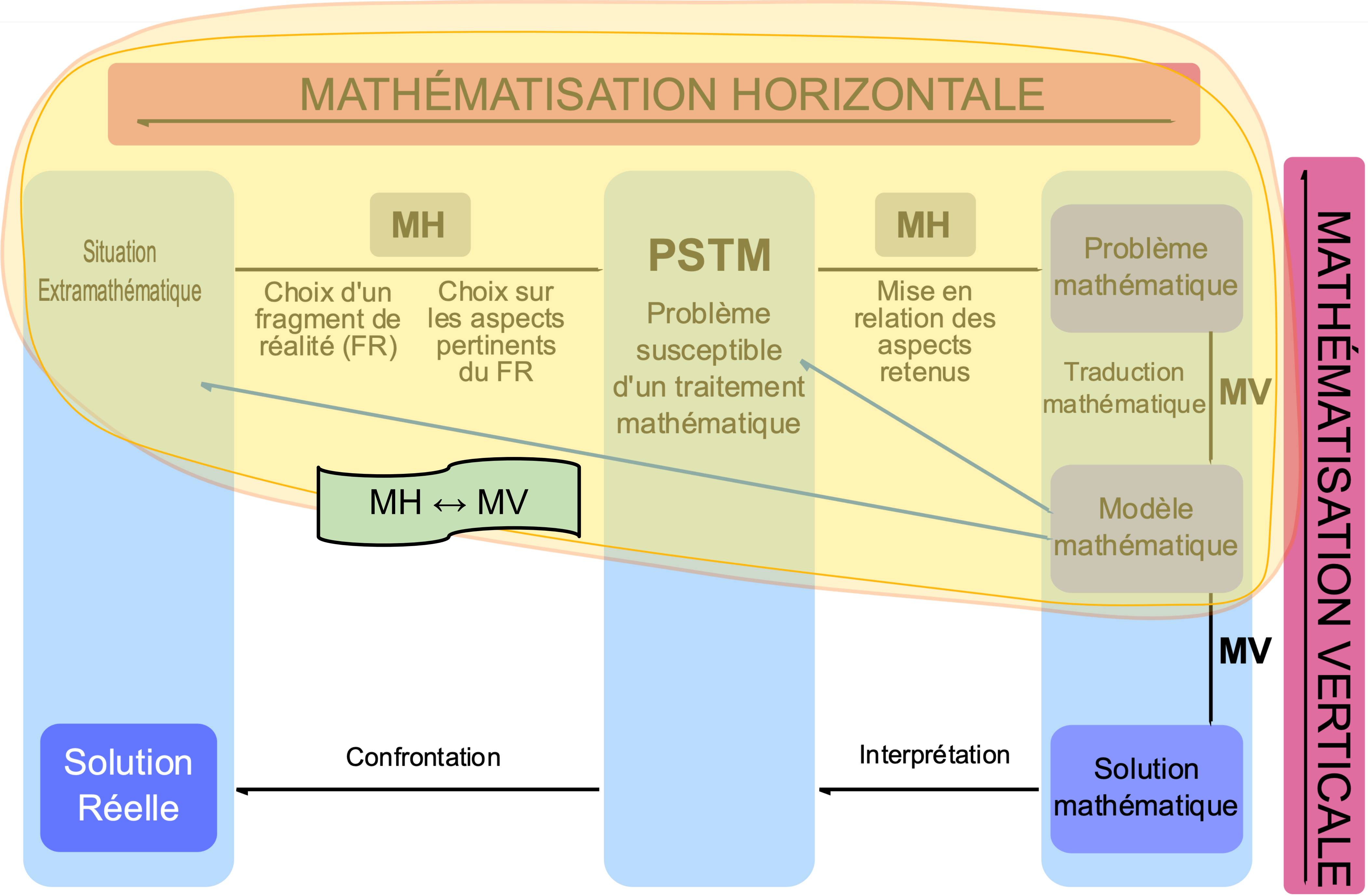
Des invariants dans l’activité de modélisation mathématique

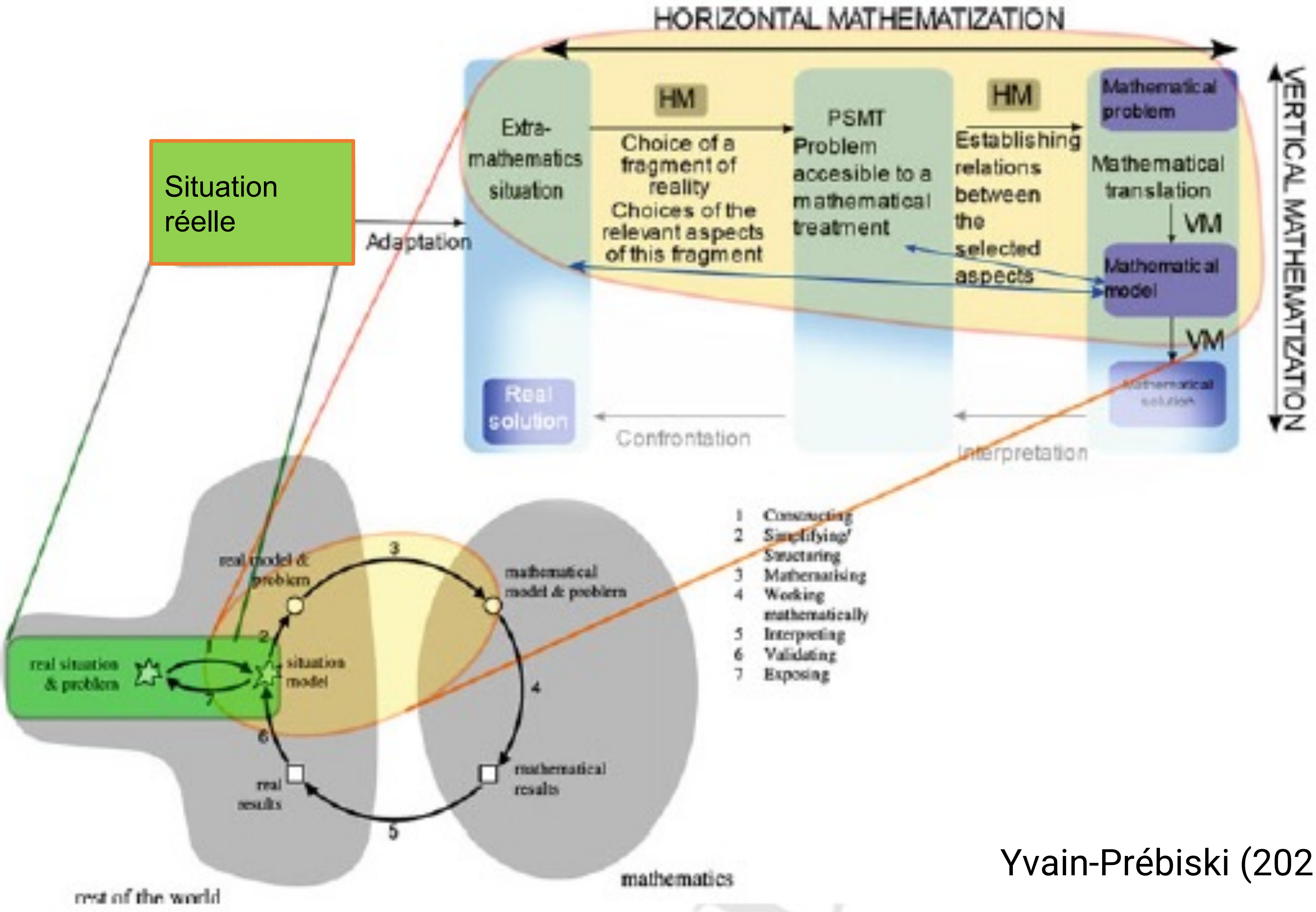
$\mathbf{P_{i1}}$ Le chercheur fait des hypothèses simplificatrices pour traiter le problème donné en sélectionnant un fragment de réalité. Il identifie les variables pertinentes qui influent sur la situation réelle et choisit des relations pertinentes entre les variables sélectionnées.

$\mathbf{P_{i2}}$ Le choix du modèle de départ est un modèle mathématique connu qui permet au chercheur d’envisager un travail de mathématisation verticale en vue de l’éclairer sur le problème, quitte à affiner ou rejeter le modèle choisi en reconsidérant les choix retenus lors de la pratique $\mathbf{P_{i1}}$.

$\mathbf{P_{i3}}$ La « *quantification* » est souvent indispensable dans les pratiques du chercheur pour légitimer le choix du modèle utilisé, dans le sens où elle permet de confronter les résultats obtenus avec le modèle, avec les données réelles. (associer une valeur numérique à un objet d'étude, lien avec la mesure)

MH $\leftrightarrow$ MV


MATHÉMATISATION HORIZONTALE
Situation Extramathématique
MH
Choix d'un fragment de réalité (FR)
Choix sur les aspects pertinents du FR
PSTM
Problème susceptible d'un traitement mathématique
MH
Mise en relation des aspects retenus
Problème mathématique
Traduction mathématique
MV
Modèle mathématique
MH ↔ MV
MV
Solution Réelle
Confrontation
Interprétation
Solution mathématique
MATHÉMATISATION VERTICALE



Yvain-Prébiski (2021)

Des différences et des similitudes

Quels sont les nombres entiers naturels qui sont somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs ?

Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous. Il se propose de peindre chaque zone d'une couleur différente.
De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

Travailler le processus de recherche mathématique

Focale sur la mathématisation **verticale**

Travailler le processus de modélisation mathématique

Focale sur la mathématisation **horizontale**

Gestes

Pratiques

Modélisation à partir de situations intra mathématiques

Modélisation à partir de situations extra mathématiques

Mettre l’étudiant en position de chercheur : des pistes de mise en œuvre à partir de deux dispositifs existants

Un dispositif pour favoriser l’activité de recherche mathématique

IREM

En appui sur les travaux du groupe DREAM de l’IREM de Lyon

2 niveaux de dispositif :

- Séances
- Séquence

Du cycle 3 à la formation d’enseignants

Un dispositif pour favoriser l'activité de recherche mathématique

Processus en 4 étapes

Sensibilité dans le choix du sujet

Rôle de la communauté mathématique

Processus dialectique connaissances / heuristiques

Méthode expérimentale

Construire un scénario avec **plusieurs séances de recherche**

Permettre l'accès à tout type de documentation (Internet limité)

Ne pas faire travailler les élèves sur des travaux existants

Choisir un **problème de recherche**

Construire **une situation didactique de recherche de problème**

Cadre TSD

Un dispositif pour favoriser l'activité de recherche mathématique

Un **problème de recherche** est un problème mathématique avec les caractéristiques suivantes :

- Un énoncé court
- L'énoncé ne donne ni la méthode, ni la solution
- Le problème se trouve dans un domaine conceptuel familier aux élèves
- Le problème permet de mettre en œuvre une dimension expérimentale
- La recherche du problème met en jeu une dialectique entre la mobilisation, l'approfondissement de connaissances et le développement d'heuristiques

(Gardes, 2013)

Un dispositif pour favoriser l'activité de **recherche mathématique**

Cadre TSD

Construire une **Situation Didactique de Recherche de Problèmes**.

Ce sont des situations :

- **didactiques**, c'est-à-dire des situations où le maître cherche à faire dévolution à l'élève d'une situation adidactique ;
- **d'apprentissage**, c'est-à-dire des situations où l'élève fasse fonctionner ses connaissances puis modifier de son système de connaissances, pour répondre à la situation proposée ;
- où le projet commun de l'enseignant et des élèves est avant tout **l'engagement dans la résolution du problème** proposé et l'élaboration de résultats au moins partiels, la genèse de savoirs sur des objets mathématiques nouveaux ;
- où la **dimension expérimentale** est fortement présente.

(Front, 2015)

Un dispositif pour favoriser l'activité de recherche mathématique

2 à 3 séances

Dévolution

Institutionnalisation

Recherche individuelle

Appropriation du problème

Recherche en groupe

Comparaison et explicitation des méthodes et solutions

Elaboration et formulation d'une solution commune

Collectif

Echanges et débats sur les solutions

Synthèse sur les aspects méthodologiques et mathématiques en jeu dans le problème

Action

Action - formulation

Formulation - validation

Validation

Un dispositif pour favoriser l'activité de recherche mathématique

Processus en quatre étapes

E32 (questionnaire) : [Que] cette activité se vit, on n'y pense sans cesse quand on a le temps et des fois, l'idée vient d'où on se s'y attend pas.

E22 (séance 2) : J'ai trouvé pour les multiples de 3. J'étais chez le coiffeur, je n'avais rien à faire alors j'y réfléchissais. Je n'avais rien pour m'occuper.
E22 (séance 3) : Ça m'est venu à l'esprit comme ça, je ne sais pas si c'est vrai ou pas.

E33 (séance 2) : J'ai pensé je ne sais plus quand cette semaine, je ne sais plus ce que je cherchais [...] sous la douche, c'est tombé comme ça.

E33 (séance 2) : J'ai eu juste une illumination là.

Un dispositif pour favoriser l’activité de recherche mathématique

Echanges entre pairs

E12 (questionnaire) : C’était intéressant de voir les différentes démarches que nous avons employées [...] Ça nous a donné un aperçu de la difficulté de communiquer les résultats aux autres (nécessité d’être clair dans les explications).

E12 : C’est un des moments qui nous a fait le plus avancer, car nous nous sommes basés sur une conjecture du groupe 3 pour continuer notre travail (avant nous stagnions un peu).

DÉFI

Trouver tous les entiers naturels qui peuvent s'écrire comme **SOMME** d'au moins deux entiers naturels **CONSÉCUTIFS**

Pour un nombre k de nombres consécutifs, la suite des sommes de ces nombres équivaut à une suite qui :

- si k est pair : $u_n = kn + \frac{k}{2}$
- si k est impair : $u_n = kn$

ALGORITHME : permet de trouver le nombre de nombres consécutifs qu'il faut pour trouver ce nombre

```
Lire A
Tant que B ∉ N
    Pour I allant de 1 a
        Si I/2 ∉ N
            (A - I/2)/I → B
        Sinon
            A/I → B
        Fin Si
    Fin Pour
    Afficher I
Fin Pour
```

⇒ des puissances de 2 ne semblent pas apparaître dans la suite

E3 : on a fait des exemples « tous pourris » et on en a déduit ça [un=kn+k/2] mais ce n'est pas une preuve

E4 : Bah on fait un algo, on le met dans la calculatrice et on voit si c'est vrai ou pas

Nombres, suites, parité, multiples, algorithme

Gestes :
Désigner des objets
Implémenter un algorithme

Discussions sur la preuve

Trouver tous les entiers naturels qui peuvent s'écrire comme **SOMME** d'au moins deux entiers naturels **CONSÉCUTIFS**

DÉFI

E3 : on a fait des exemples « tous pourris » et on en a déduit ça [un=kn+k/2] mais ce n'est pas une preuve

E4 : Bah on fait un algo, on le met dans la calculatrice et on voit si c'est vrai ou pas

Pour un nombre k de nombres consécutifs, la suite des sommes de ces nombres équivaut à une suite qui :

- si k est pair : $u_n = kn + \frac{k}{2}$
- si k est impair : $u_n = kn$

$\Rightarrow$ des puissances de 2 ne semblent pas apparaître dans la suite

ALGORITHME : permet de trouver le nombre de nombres consécutifs qu'il faut pour trouver ce nombre

```
Lire A
Tant que B ∉ N
    Pour I allant de 1 a
        Si I/2 ∉ N
            (A - I/2)/I → B
        Sinon
            A/I → B
        Fin Si
    Fin Pour
    Afficher I
Fin Pour
```

A propos de la modélisation

Découvrir des relations entre les nombres en jeu et représenter cette relation par une formule, avec des suites, avec un algorithme

Généraliser

Trouver tous les entiers naturels qui ...
comme somme d'au moins 2 entiers
consécutifs.

2 termes

$0+1=1$ Déjà, tous les nombres im...
$1+2=3$
$2+3=5$
$3+4=7$
$4+5=9$
$5+6=11$

3 termes

$0+1+2=3$ multiples de 3.
$1+2+3=6$
$2+3+4=9$

4 termes

à partir de $x=1$

$0+1+2+3=6$
$1+2+3+4=10$
$2+3+4+5=14$

5 termes

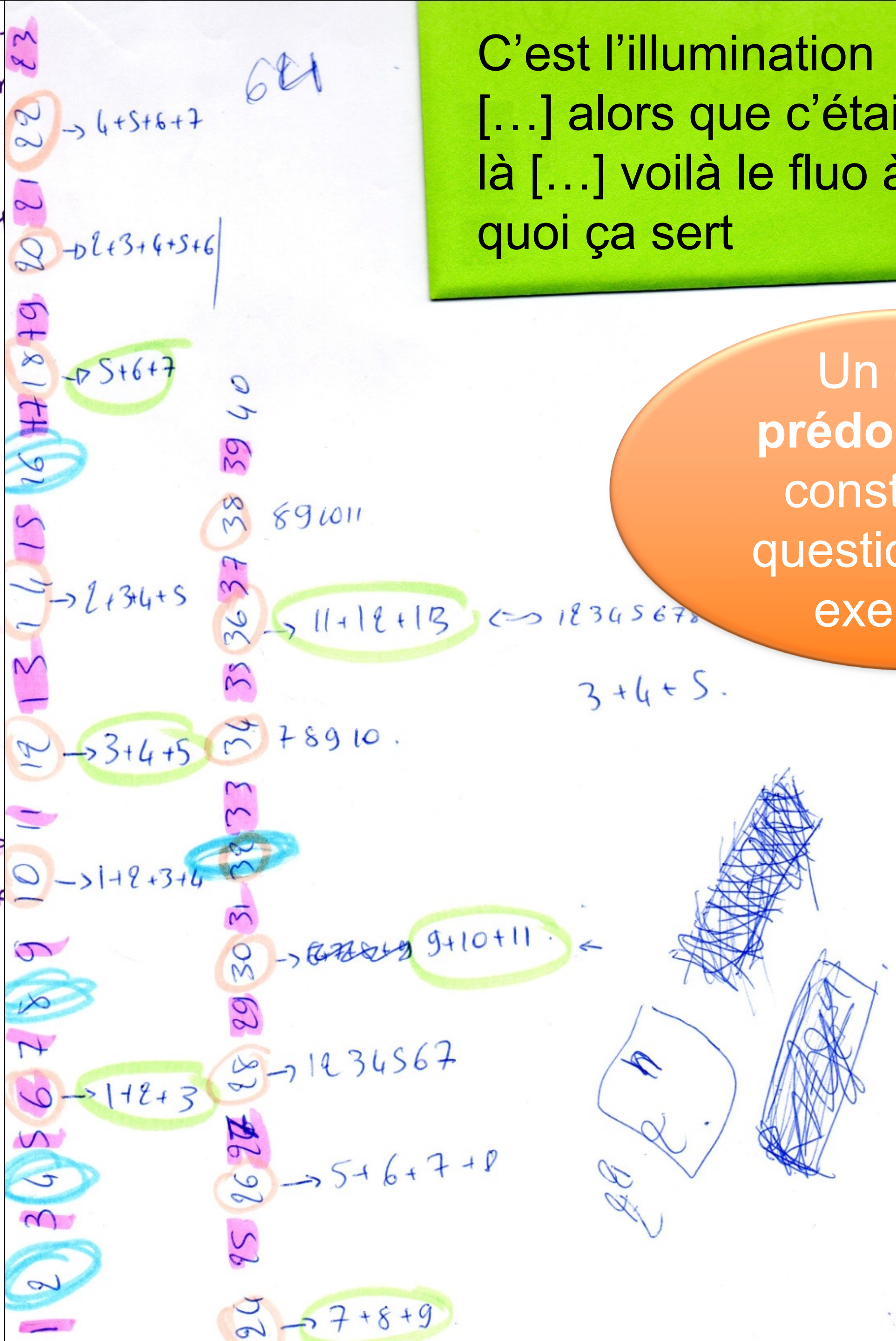
→ multiples de 4
↳ 4=

6 termes

$0+1+2+3+4+5=15$ → nombres impairs (...

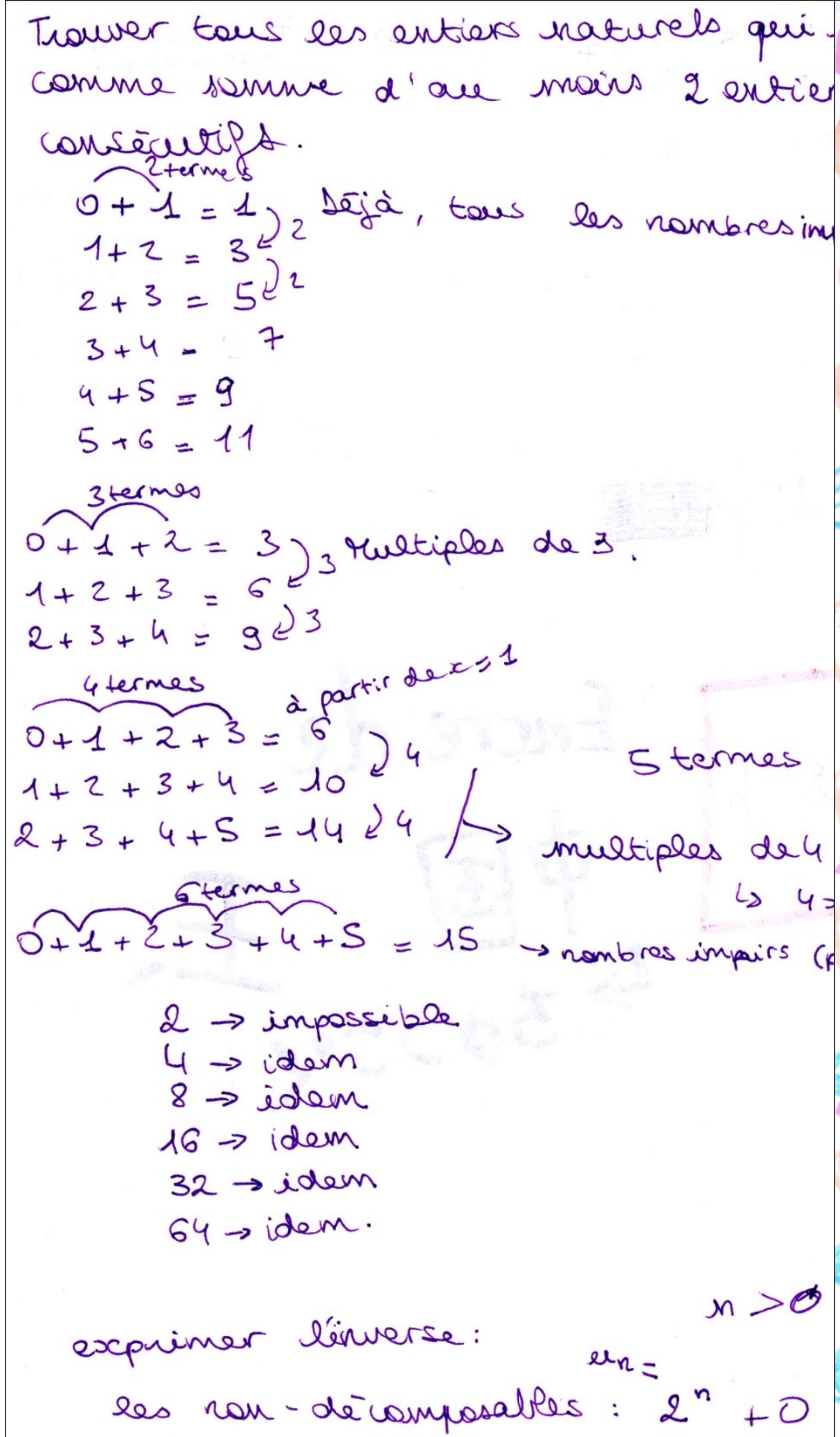
2 → impossible
4 → idem
8 → idem
16 → idem
32 → idem
64 → idem.

exprimer l'inverse : $n>0$
$u_n =$
les non-décomposables : $2^n + 0$



C'est l'illumination […] alors que c'était là […] voilà le fluo à quoi ça sert

Un **geste prédominant** : construire et questionner les exemples



Trouver tous les entiers naturels qui
comme somme d'au moins 2 entier
consécutifs.

2 termes

$0+1 = 1$) 2 Déjà, tous les nombres im

$1+2 = 3$) 2

$2+3 = 5$) 2

$3+4 = 7$

$4+5 = 9$

$5+6 = 11$

3 termes

$0+1+2 = 3$) 3 multiples de 3.

$1+2+3 = 6$) 3

$2+3+4 = 9$

4 termes — à partir de $x=1$

$0+1+2+3 = 6$) 4

$1+2+3+4 = 10$) 4

$2+3+4+5 = 14$ → multiples de 4

↳ 4 =

5 termes

6 termes

$0+1+2+3+4+5 = 15$ → nombres impairs (

2 → impossible

4 → idem

8 → idem

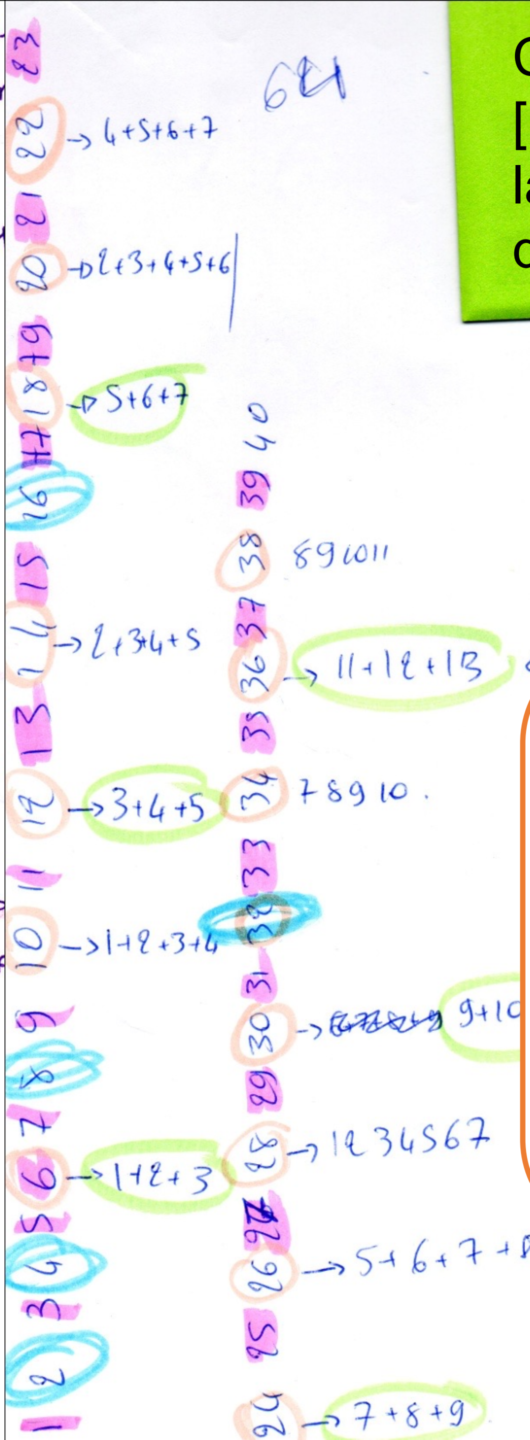
16 → idem

32 → idem

64 → idem.

exprimer l'inverse : $n > 0$

les non-décomposables : $u_n = 2^n + 0$



C'est l'illumination […] alors que c'était là […] voilà le fluo à quoi ça sert

A propos de la modélisation

Découvrir des relations, des régularités

Représenter une relation par une formule

Généraliser

Trouver tous les entiers ~~entiers~~ naturels qui peuvent s'écrire comme somme d'au moins [illegible] deux entiers naturels ~~conséque~~ consécutifs.

1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11 , 13 , 15 , 17

0+1 , 1+2 , 2+3 , 3+4 , 4+5 , 5+6 , 6+7 , 7+8 , 8+9

3 , 6 , 9 , 12 , 15 , 18

0+1+2 , 1+2+3 , 2+3+4 , 3+4+5 , 4+5+6 , 5+6+7 ,

6 , 10 , 14 , 18 , 22 , 26

0+1+2+3 , 1+2+3+4 , 2+3+4+5 , 3+4+5+6 , 4+5+6+7 , 5+6+7+8

66 : 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11 , 77 : 2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12

→ pour des sommes ayant un nb de termes impaire, on obtient les multiples du nb de termes.

→ pour des sommes ayant un nb de termes paire : on obtient les multiples de la moitié du nb de termes.

→ on suppose que les entiers naturels ne pouvant pas être la somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs sont les puissances de 2 : 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 2…

→ ces nb correspondent si à des nbs pairs non divisible par un nb impair.

Recherche de régularités

Formulation de conjectures

Bilan de l'étude du problème

Institutionnalisation

Un dispositif pour favoriser l'activité de recherche mathématique

2 à 3h

Plusieurs heures en fonction du problème et du travail des élèves

Moins d'1h

Pour en savoir plus – Site DREAM

http://dreamaths.univ-lyon1.fr/

Un dispositif pour favoriser l’activité de modélisation mathématique

Le groupe ResCo

- Elaboration d’énoncés de type « fictions réalistes » (FRAPPM* depuis 2016)
- Un dispositif : le dispositif ResCo
- Une formation continue

*Fiction Réaliste conçue comme une Adaptation d’une Problématique Professionnelle de Modélisation (FRAPPM)

Les fictions réalistes proposées par ResCo se caractérisent par quatre critères (Ray, 2013) :

- Une situation a priori non mathématique.
- Un contexte fictif mais réaliste.
- La nécessité d’une phase de modélisation pour une prise en charge efficace de la situation.
- La phase de modélisation peut renvoyer à plusieurs problèmes mathématiques selon les choix qui sont faits.

Depuis 2016 :

- La fiction réaliste est conçue comme une adaptation d'une problématique de modélisation issue des pratiques scientifiques professionnelles.

- Les variables didactiques (et leurs valeurs) de la fiction réaliste sont choisies de manière à favoriser l'entrée dans la mathématisation (Yvain-Prébiski & Modeste S. 2017).

Une entreprise découpe des vitres rectangulaires de 4 dimensions différentes :

210 cm x 215 cm
100 cm x 215 cm
100 cm x 125 cm
60 cm x 215 cm.

Ces vitres sont découpées dans des grandes plaques rectangulaires de verre de 600 cm x 320 cm.

L'entreprise cherche une méthode pour réaliser les découpes selon les commandes en limitant les chutes.

Pour aider l'entreprise, pouvez-vous proposer une méthode qui réalise les découpes et minimise les pertes ?

Pour en savoir plus : Lavolé J. & al (2020-*Proceedings of the CIEAEM 71*)

L'arbre

Des botanistes du Jardin des Plantes ont rapporté un arbre exotique inconnu, dont on vient de découvrir l'espèce. Pour étudier cette nouvelle espèce, les botanistes ont réalisé les croquis de l'arbre chaque année depuis 2013.

Schémas de l'arbre en novembre 2013, novembre 2014 et novembre 2015.

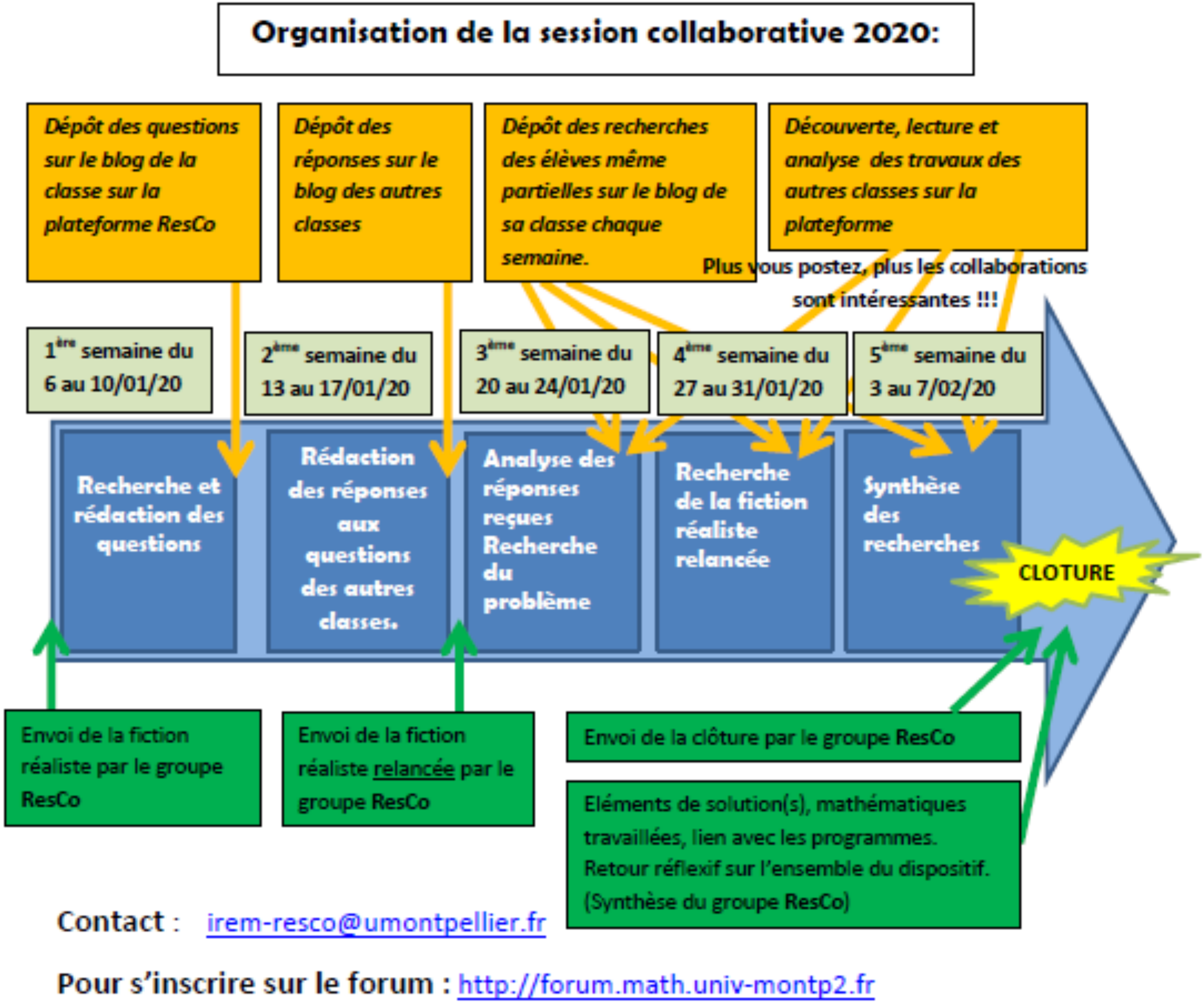
Les botanistes veulent faire construire une serre pour protéger l'arbre. Ils estiment qu'il aura atteint sa maturité en 2023. Pour les aider dans ce projet, prévoyez comment sera l'arbre en 2023 ?

Pour en savoir plus : Yvain-Prébiski (2018-*Proceedings of the CIEAEM 69*)

Les enseignants

Les différentes phases

Le groupe ResCo



Exemple dans le cadre du master 1 recherche DDS à Montpellier

Étudier la modélisation mathématique, sur le plan épistémologique et didactique, en interrogeant :

- *La nature et le rôle de la mathématisation dans le processus de modélisation à partir de situations extra-mathématiques ?*
- *Différents schémas du processus de modélisation mathématique proposés dans la littérature en éducation mathématique*
- *Comment et pourquoi faire vivre des activités de modélisation mathématique dans l'enseignement secondaire ?*

Analyse d'extraits d'entretiens de chercheurs utilisant la modélisation mathématique : Identifier de potentiels invariants dans leurs pratiques dans la phase « passer d'une situation extra-mathématique à une situation mathématique »

Etude de différents schémas du processus de modélisation mathématique proposés dans la littérature en éducation mathématique

Analyse par les étudiants des variables didactiques et leurs valeurs choisies dans un énoncé ResCo favorisant potentiellement la transposition des éléments invariants pointés dans les pratiques expertes

Vivre **la phase de questions-réponses du** dispositif ResCo

L'arbre

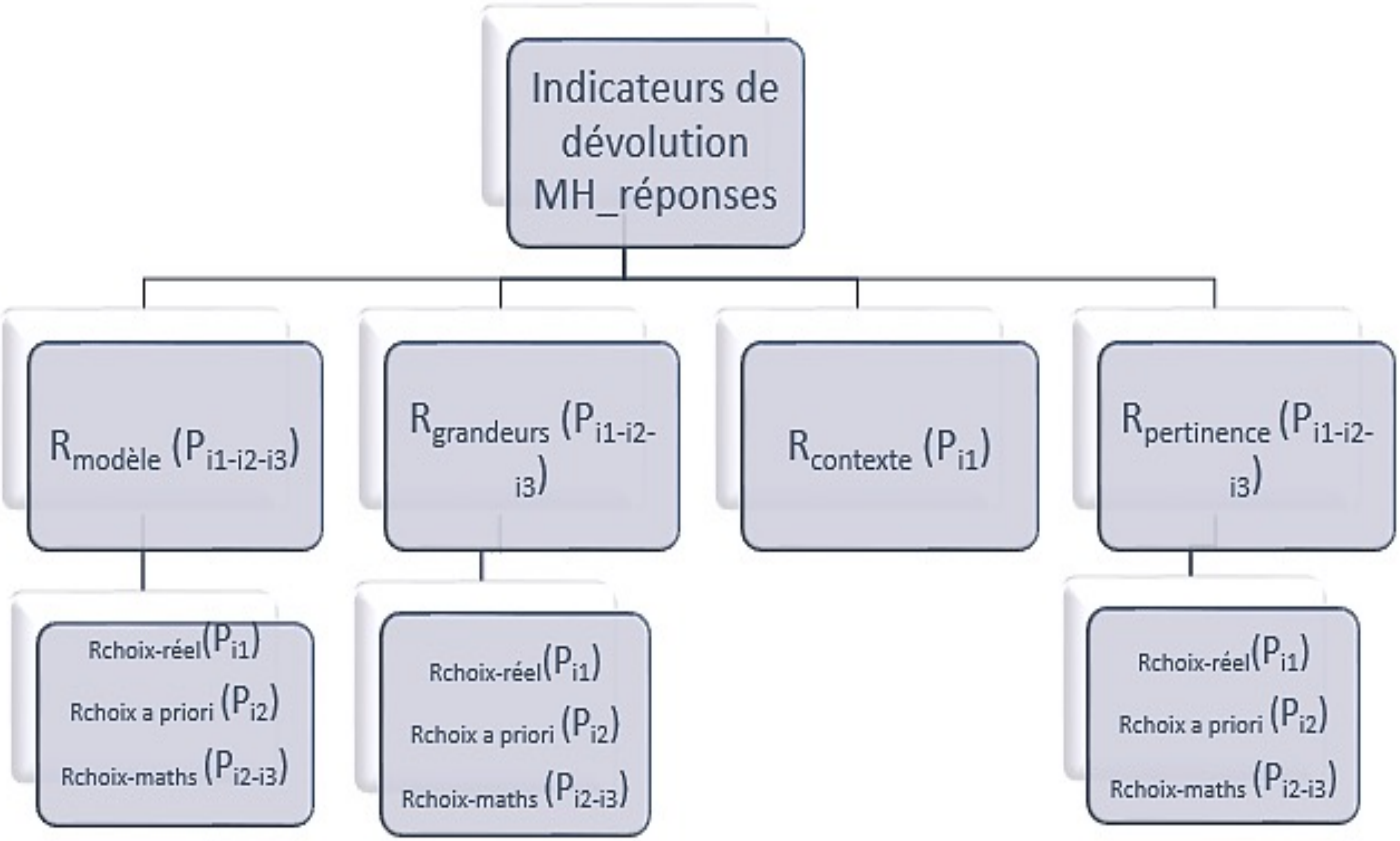
Des botanistes du Jardin des Plantes ont rapporté un arbre exotique inconnu, dont on vient de découvrir l'espèce. Pour étudier cette nouvelle espèce, les botanistes ont réalisé les croquis de l'arbre chaque année depuis 2013.

Schémas de l'arbre en novembre 2013, novembre 2014 et novembre 2015.

Les botanistes veulent faire construire une serre pour protéger l'arbre. Ils estiment qu'il aura atteint sa maturité en 2023. Pour les aider dans ce projet, prévoyez comment sera l'arbre en 2023 ?

La mise en commun sur la phase Question-Réponses aboutit généralement à une classification qui se rapproche de celle de mes travaux de thèse (Yvain-Prébiski 2018) :

- La question montre la recherche d'un modèle permettant de traiter la situation proposée ($Q_{\text{modèle}}$)
- La question porte sur l'identification de grandeurs pertinentes pour envisager un traitement mathématique en vue d'élaborer un modèle mathématique ($Q_{\text{grandeurs}}$)
- La question porte sur le choix d'éléments de contexte à prendre en compte pour envisager un traitement mathématique en vue d'élaborer un modèle mathématique (Q_{contexte})


Indicateurs de dévolution MH_réponses
$R_{modèle}$ ($P_{i1-i2-i3}$)
$R_{grandeurs}$ ($P_{i1-i2-i3}$)
$R_{contexte}$ (P_{i1})
$R_{pertinence}$ ($P_{i1-i2-i3}$)
Rchoix-réel(P_{i1})
Rchoix a priori (P_{i2})
Rchoix-maths (P_{i2-i3})
Rchoix-réel(P_{i1})
Rchoix a priori (P_{i2})
Rchoix-maths (P_{i2-i3})
Rchoix-réel(P_{i1})
Rchoix a priori (P_{i2})
Rchoix-maths (P_{i2-i3})

Quels aléas environnementaux on prend en compte ?
- Peut-être que cette question ne peut pas être traité en même temps que le problème de croissance. Nous pourrions modéliser la croissance de manière générale, sans aléas environnementaux, et si nous devons nous intéresser aux aléas (nous pourrions prendre le gel par exemple en compte) alors créer un autre modèle à rajouter au premier.

Est-ce qu'on prend en compte les angles ?
- A fortiori, les branches vont à un moment se croiser, bien avant 2023. Il faudrait simplifier le modèle (et donc ne pas prendre en compte les angles, ou alors très grossièrement) parce que l'arbre n'est pas aussi régulier.

Est-ce que l'arbre à une croissance continue ?
-théoriquement non ! Un jeune arbre pousse vite pour avoir le plus de soleil possible mais à un certain âge il faut que le tronc et les anciennes branches grossissent afin de pouvoir supporter les nouvelles branches donc la croissance ralentit.
On le constate déjà si on mesure la longueur du tronc et aussi des nouvelles branches.

Est-ce que l'on est sûr que l'arbre va suivre la même logique de croissance ?
- A des fins méthodologiques, on suppose que oui.

Est-ce que toutes les ramifications respectent la règle de : si 3 l'année n-1, avec les trois ramifications à l'année n possèdent 2, 2 et 3 ramifications ? Ou si 2 l'année n-1, alors les ramifications résultantes présentent 2 et 3 branches ? Est-ce que modèle est valable ?
Combien de ramifications y'aurait-il en 2023 ? Comment les compter et mesurer ?

On peut modéliser un pattern de ramifications :
- quand il y a 2 branches à un noeud, 2 branches puis 3 branches poussent donc 5 branches
- Quand il y a 3 branches à un noeud, 3 puis 2 puis 2 branchent poussent donc 7 branches
Donc avec ça on peut réussir à trouver le nombres de ramifications (on n'a pas eu le temps de calculer)

Pour en savoir plus – Site ResCo

http://forum.math.univ-montp2.fr/

irem-resco@umontpellier.fr

Conclusion

Mettre les étudiants en position de chercheurs pour :

- Bousculer leur vision assez utilitaire des mathématiques

- Mieux cerner les enjeux de l'activité de recherche mathématique et/ou de modélisation (MH-MV) – avec un appui sur l'étude épistémologique des pratiques contemporaines

Et vous ?

Des questions ?

Avez-vous des expériences d'enseignement similaires ?

Bibliographie

- Aldon, G., Durand-Guerrier, V. et Ray, B. (2014). Des problèmes pour favoriser la dévolution du processus de mathématisation : un exemple en théorie des nombres et une fiction réaliste. In *Aldon, G. (éd.) Mathematics and realities, Actes de la 66e CIEAEM* (p. 148-150).
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Gardes, M. L. (2013) Étude de processus de recherche de chercheurs, élèves et étudiants, engagés dans la recherche d'un problème non résolu en théorie des nombres (Doctoral dissertation, Université Claude Bernard-Lyon I).
- Gardes, Modeste, Ouvrier-Buffet & Yvain-Prébiski (article en cours). *Etude épistémologique de pratiques contemporaines de chercheurs : caractérisation et apports pour la recherche en didactique des mathématique*s.
- Israël, G. (1996). *La mathématisation du réel : essai sur la modélisation mathématique*, Paris, Seuil.
- ResCo, IREM de Montpellier (2014). La résolution collaborative de problèmes comme modalité de la démarche d'investigation. *Repères IREM 96*, p. 73-96.
- Lavolé, J., Modeste, S., & Yvain-Prébiski, S. (2019, July). ResCo: un dispositif et des situations pour travailler la modélisation mathématique en classe. L'exemple d'un problème industriel d'optimisation de découpes de vitres. In *CIEAEM 71* (pp. 527-530).
- Ray, B. (2013). Les fictions réalistes : un outil pour favoriser la dévolution du processus de modélisation mathématique ? Mémoire de master de l'université de Montpellier.
- Treffers, A. (1978). *Wiskobas Doelgericht*. Utrecht : IOWO.
- Yvain-Prébiski, S. (2018). Etude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves (Doctoral dissertation, Université de Montpellier).
- Yvain-Prébiski, S. (2021). Didactical Adaptation of Professional Practice of Modelling: A Case Study. In *Mathematical Modelling Education in East and West* (pp. 305-315). Springer, Cham.
- Modeste, S., & Yvain-Prébiski, S. (2017, July). Faire entrer les élèves dans la mathématisation horizontale. Des «fictions réalistes» et un dispositif de «résolution collaborative». In *CIEAEM 69* (Vol. 27, No. Supplemento n. 2, pp. 291-295).
- Yvain-Prébiski, S. (2017, July). Favoriser la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves engagés dans une activité de modélisation. In *CIEAEM 69* (Vol. 27, No. Supplemento n. 2).